

(b) خاصية المنتصف.

ليكن (ABC) مثلث I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$ لدينا $(IJ) \parallel (BC)$.

(c) مبرهنة السقف وهي كالتالي:

(*) إذا كان: $\begin{cases} (P) \cap (Q) = (\Delta) \\ (\Delta') \subset (P) \\ (\Delta') \subset (Q) \\ (\Delta') \parallel (\Delta) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \parallel (\Delta)$

(*) إذا كان: $\begin{cases} (P) \cap (Q) = (\Delta) \\ (\Delta') \subset (P) \\ (\Delta') \parallel (Q) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \parallel (\Delta)$

(*) إذا كان: $\begin{cases} (P) \cap (Q) = (\Delta) \\ (\Delta') \parallel (P) \\ (\Delta') \parallel (Q) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \parallel (\Delta)$

(d) التعدي

إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \parallel (\Delta') \\ (\Delta) \parallel (\Delta'') \end{cases}$ فإن $(\Delta) \parallel (\Delta'')$

(e) إذا كان $\begin{cases} (P) \parallel (Q) \\ (H) \cap (P) = (\Delta) \\ (H) \cap (Q) = (\Delta) \end{cases}$ فإن $(\Delta) \parallel (\Delta')$

4) لكي نبين أن مستقيما (D) يوجد ضمن مستوى (P) يكفي أن نبين أن:

(*) نقطتين A و B من (D) تنتميان إلى (P) .
أو (*) $(D) \parallel (P)$ ولهما نقطة مشتركة.

5) لكي نبين أن مستقيما (D) يقطع مستوى (P) يكفي أن نبين أن (D) و (P) لهما نقطة مشتركة A و $D \not\subset (P)$.
وللبحث عن نقطة مشتركة بين (D) و (P) نبحث عن مستقيم (D') ضمن (P) يقطع (D) .

6) لكي نبين أن مستويين (P) و (Q) متقاطعين يكفي أن نبين أن (P) و (Q) لهما نقطة مشتركة و $(P) \neq (Q)$. وللحصول على مستقيم التقاطع:

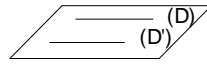
(*) نبحث عن نقطتين مشتركتين A و B بين (P) و (Q) وسيكون تقاطع (P) و (Q) هو المستقيم (AB) .
أو (*) نبحث عن نقطة مشتركة A ومستقيمين (Δ') و (Δ'') بحيث $(\Delta') \subset (P)$ و $(\Delta'') \subset (Q)$ و $(\Delta') \parallel (\Delta'')$.
وسيكون تقاطع (P) و (Q) هو المستقيم (Δ) المار من A والموازي ل (Δ') و (Δ'') .

7) لكي نبين أن ثلاث نقط I و J و K مستقيمة يكفي أن نبين أنها مشتركة بين مستويين مختلفين (P) و (Q) وبالتالي سنتنمي إلى مستقيم تقاطعها ومنه فهي مستقيمة.

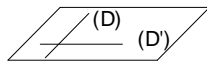
I التوازي

I الأوضاع النسبية لمستقيمين.

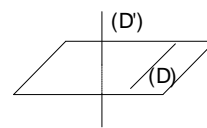
ليكن (D) و (D') مستقيمين في الفضاء. لدينا أربع حالات.
(*) (D) و (D') منطبقان



(*) (D) و (D') متوازيان قطعا.



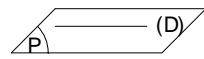
(*) (D) و (D') متقاطعان في نقطة.



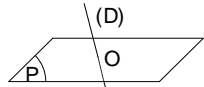
(*) (D) و (D') غير متوازيين وغير منطبقين وغير متقاطعين ونقول في هذه الحالة إنهما غير مستوائيين.

II الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوى

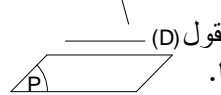
ليكن (D) مستقيما و (P) مستوى. لدينا ثلاث حالات



(*) المستقيم (D) ضمن المستوى (P)



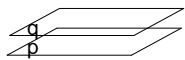
(*) المستقيم (D) يقطع (P) في نقطة θ



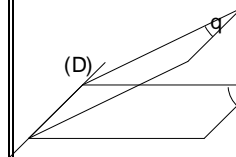
(*) المستقيم (D) والمستوى (P) منفصلين ونقول $(D) \parallel (P)$ في هذه الحالة إن (D) و (P) متوازيان قطعا.

III الأوضاع النسبية لمستويين.

ليكن (P) و (Q) مستويين. لدينا ثلاث حالات
(*) (P) و (Q) منطبقان.



(*) (P) و (Q) منفصلان ونقول إنهما متوازيان قطعا.



(*) (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم $(P) \cap (Q)$

IV خاصيات

1) لكي نبين أن المستقيم (D) يوازي المستوى (P) يكفي أن نبين أن (D) يوازي مستقيما (D') ضمن (P) .

2) لكي نبين أن مستوى (P) يوازي مستوى (Q) يكفي أن نبين أن

(*) مستقيمان متقاطعان ضمن (P) يوازيان Q
أو (*) مستقيمان متقاطعان ضمن (P) يوازيان مستقيمين متقاطعين ضمن (Q) .

3) لكي نبين أن مستقيمين متوازيين هناك عدة طرق من بينها:

a) الأشكال الهندسية

(متوازي الأضلاع - مربع - شبه منحرف...)

II) التعمد

1) إذا أردنا أن نبين أن مستقيما (Δ) عمودي على مستوى (P) يكفي أن نبين أن (Δ) عمودي على مستقيمين متقاطعين ضمن (P) .

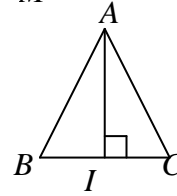
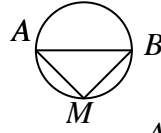
b) إذا كان المستقيم (Δ) عموديا على المستوى (P) فإن (Δ) يكون عموديا على أي مستقيم ضمن (P) .

2) لكي نبين أن مستوى (P) عمودي على مستوى (Q) يكفي أن نبين أن مستقيما (Δ) يوجد ضمن (P) وعمودي على (Q) .

3) لكي نبين أن مستقيمين متعامدان هناك عدة طرق من بينها:

a) الأشكال الهندسية (مربع - مستطيل - قطرا مربع - قطرا معين - مثلث قائم الزاوية...)

b) لتكن (ℓ) دائرة أحد أقطارها $[AB]$ ولدينا $M \in (\ell)$ ولدينا $(AM) \perp (BM)$



c) ليكن (ABC) مثلث متساوي الساقين في A و I منتصف $[BC]$ لدينا $(AI) \perp (BC)$.

d) إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (\Delta') \\ (\Delta') \perp (\Delta'') \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (\Delta'')$

e) إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ (\Delta') \subset (P) \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (\Delta')$

ملاحظة:

إذا أردنا أن نبين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستقيم (Δ') نبحث عن مستوى (P) يتضمن (Δ') ويكون (Δ) عمودي عليه.

4) لتكن A و B نقطتين. مجموعة النقط المتساوية المسافة عن A و B تكون مستوى يسمى المستوى الواسط للقطعة $[AB]$ ويكون هو المستوى المار من منتصف $[AB]$ والعمودي على $[AB]$.

5) ليكن (Δ) مستقيم و (P) و (Q) مستويين

إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \perp (P) \\ (P) \parallel (Q) \end{cases}$ فإن $(\Delta) \perp (Q)$

6) ليكن (Δ) و (Δ') مستقيمين و (P) مستوى

إذا كان $\begin{cases} (\Delta) \parallel (\Delta') \\ (\Delta) \perp (P) \end{cases}$ فإن $(\Delta') \perp (P)$