المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
لجهة طنجة– تطوان
تطوان
منسقية مادة الرياضيات

ملف تربوي تكويني حول مجزوءة :

الإنشاءات الهندسية في الإعدادي

إعــداد

حسن شوكارة — أحمد افنيشل

أحمد الزيتي — حميد البجطة

مــــاي 2007

قائمة المحتويات

مــقــدمـــة عــامـــة :

تندرج هذه المجزوءة في إطار ضمان استمرارية التكوين ا لمستمر لفائدة أساتذة مادة الرياضيات بالتعليم الإعدادي،وذلك مواكبة للإصلاحات التي تشهدها منظومتنا التربوية : "مراجعة المناهج التربوية والمقررات الدراسية ، وطرائق التدريس والتقويم ..."حيث تم تبني مدخل الكفايات كاختيار استراتيجي .**فالكتاب الأبيض يدعو إلى تقديم المفاهيم الرياضية على شكل أنشطة ،وتوظيف هذه المفاهيم في حل المسائل.** وإن تجسيد هذا المنظور عمليا يتطلب اعتماد أنشطة بيداغوجية فعالة ،تجعل المتعلمين قادرين على بناء معارفهم وتنمية مهاراتهم بأنفسهم وعلى إدماجها في وضعيات ذات معنى ودلالة.

وتشكل الإنشاءات الهندسية بالتعليم الإعدادي خزانا مهما للمسائل تتوافق إلى حد بعيد مع متطلبات ومميزات الوضعيات المسائل، هذه الأخيرة التي تشكل **المجال الملائم الذي تنجز فيه الأنشطة المتعلقة بتنمية الكفايات.** فهي مسائل يتطلب حلها تعبئة عدة قدرات معرفية ومهارات إنشائية و مواقف وبشكل مندمج، وهي عادة ما تترجم إلى إنجاز محسوس (الإنشاء الهندسي) تساعد في إكساب معنى لتعلمات نظرية ومجردة وتبقى قابلة للتقويم، كما أن مسائل الإنشاء الهندسي يمكن التحكم في تعقيدها أو تبسيطها من خلال عدة وسائط أو برامترات (الأدوات المستعملة في الإنشاء – عدد العمليات ...) الشيء الذي يمكن من إحالتها إلى صنف مسائل...ومن بين هذه الأصناف :

- الإنشاءات بالبركار فقط.
- الإنشاءات بالمسطرة الغير المدرجة فقط.
- الإنشاءات برفع اليد
- الإنشاءات باستعمال المسطرة والبركار.
- ....

لقد تم الحرص على معالجة موضوع المجزوءة في إطار شمولي ينطلق بإطلالة على وضع الإنشاء الهندسي في تاريخ الرياضيات وذلك لإدراك الصعوبات والعراقيل التي واكبت تطور الهندسة خلال قرون والهدف من ذلك هو جعل المدرس يدرك الصعوبات والعراقيل التي يمكن أن تعترض التلاميذ بالنسبة لموضوع الإنشاءات الهندسية.وبعد رصد تطور تدريس الهندسة من المرحلة الابتدائية إلى المرحلة الإعدادية وخصوصا الانتقال من مفهوم الرسم إلى مفهوم الإنشاء الهندسي وطرح تساؤلات حول الإجراءات الديداكتيكية المطلوبة لتسهيل هذا الانتقال ، يتم الوقوف على بعض القضايا الديداكتيكية المرتبطة بواقع الممارسة في الأقسام والكتب المدرسية بالنسبة لتعليم الهندسة عموما والإنشاءات الهندسية على الخصوص ليتم أخيرا تقديم بعض المقاربات التي يمكن اعتمادها لتطوير هذا الواقع نحو الأفضل .وهكذا ستتضمن الوثيقة المحاور التالية :

- مقدمة عامة
- المحور الأول : أهمية الإنشاءات الهندسية في تاريخ الرياضيات.
- المحور الثاني : تطور تدريس الهندسة من المرحلة الابتدائية إلى المرحلة الإعدادية
- المحور الثالث :الإنشاءات الهندسية واقع الممارسة و إمكانيات التطوير.
- المحور الرابع : المسائل المتعلقة بإنشاء أشكال هندسية : طريقة : Abandon de contraintes

إن الهدف الرئيسي لهذه الدورة التكوينية هو تطوير خبرات الأساتذة وتنمية مهاراتهم في مجال ديداكتيك مادة الرياضيات وذلك ب :

- تعميق إدراك الأساتذة للصعوبات والعراقيل المرتبطة بالإنشاءات الهندسية وذلك بوضعهم في السياق التاريخي لهذه الإنشاءات ؛
- تحديد نقط الاستمرارية والقطيعة التي يشهدها تطور تدريس الهندسة من الابتدائي إلى الإعدادي لتسهيل اندماج التلاميذ في التعليم الإعدادي؛
- إبراز نماذج مغايرة لممارسة الأنشطة الرياضية ،قصد خلق توازنات في حصص مادة الرياضيات بين النظري والتطبيقي وبين أخذ المبادرة والتلقي السلبي و بين المعرفة والمهارة؛
- تقديم نماذج لطرق حل بعض الوضعيات الإنشائية .

المحورالأول : الإنشاءات الهندسية عبر تاريخ الرياضيات

تــقــديــم :

تعتبر الإنشاءات الهندسية أحد المكونات الهامة في النشاط الرياضي فالإنشاءات و الأشكال الهندسية بشكل عام، شكلت عبر تاريخ الرياضيات، ولا زالت ،موضوع نقاشات ساخنة تباينت بخصوصها آراء الرياضيين و المهتمين بتدريسها على حد سواء إلى حدود التناقض في عدة مناسبات : فإن كان أقليدس مثلا جعل الإنشاء الهندسي من ضمن المسلمات عند تشييده لصرح الرياضيات في كتابه "العناصر" في المرحلة اليونانية القديمة (المسلمتان الأولى والثانية بخصوص إمكانية إنشاء مستقيم مار من نقطتين وتمديده و الثالثة بخصوص إنشاء دائرة مركزها و شعاعها معلومين) وأدمج الإشكال الهندسية كمكون أساسي ضمن منهجيته الاستدلالية، سوف نجد أن لاغرونج، مع تطور الهندسة التحليلية، و في مقدمة كتابه " *Mechanique analytique* " *الصادر سنة* 1788 ، يتباهى بكون مناهجه لا تقترب من الأشكال ولا الإنشاءات الهندسية:

> *« On ne trouvera point de Figures dans cet Ouvrage. Les méthodes que j'y expose ne demandent ni construction, ni raisonnements géométriques, ou mécaniques, mais seulement des opérations algébriques, assujetties à une marche régulière et uniforme »*
>
> *Lagrange " Mechanique analytique"*

وفي ميدان التدريس نجد أن التيار البورباكي غيب الهندسة من خلال اختزالها لتصبح فقرة من الجبر الخطي لدرجة أن الفرنسي " ج، ديودوني J , Dieudonné . " أحد أعلام الرياضيات الحديثة يخرج شعاره المشهور " ليسقط أوقليدس " إعلانا عن رفضه لتدريس الهندسة برمتها في شكلها التقليدي ، أو كذلك الأمريكي **مارشال ستون** :**M.H.Stone** في مؤتمر Royaumont(1959) الذي يوضح :

> *« …nous somme tenus d'éliminer de l'enseignement qui .fussent-elles consacrées par la tradition, sont devenues lettres mortes et ont perdu leur utilité leur actualité et leur importance » Publication de l'OECE (1961) " Mathématiques nouvelles " p17 à p35*

1) تعريف الإنشاء الهندسي :

يعرف ***A. Bouvier*** الإنشاء الهندسي بأنه إنشاء يمكن إثباته بأدلة و براهين رياضية في مقابل الرسوم التي تعتمد أدوات مثل الكوس أو المنقلة...أو الإنشاءات المقربة .

A. Bouvier , Didactique des mathématiques, le dire et le faire p : 65

ويعتمد في الإنشاء الهندسي المسطرة (الغير مدرجة) و البركار أو أحدهما فقط. و يعلل *J.C.Carrega* أسباب هذا الاختيار في النقط التالية:

- ✓ يعتبر المستقيم و الدائرة أبسط الأشكال الهندسية.
- ✓ تأثير التصور الأفلاطوني الذي يميز بين واقعين ، الواقع الحقيقي وهو عالم المثل " الايديا " والجواهر والحقائق المعقولة والمجردة والثابتة، والعالم الحسي ، عالم موضوعي ، عالم الأشياء البائدة الذي ما هو إلا نسخة للحقيقة......
- ✓ التأثير المحدود لهذه الأدوات على القيمة الاستدلالية لبراهين تعتمد على الأشكال.

« Les figures ne sont donc qu'un pale reflet de la réalité »

J.C.Carrega : p 4

2) الإنشاءات الهندسية عبر تاريخ الرياضيات :

سوف نتطرق في هذا الشق إلى الأصول التاريخية للإنشاء الهندسي حتى نتمكن من إبراز أهميته كمكون في النشاط الرياضي لأن بدون الرجوع إليها لن نتمكن من استيعاب أسباب هذه التناقضات. وكما قال أوكست كونت:

« On ne connaît pas complètement une science tant qu'on n'en connaît pas l'histoire » [Auguste Comte] Extrait de Cours de philosophie positive

تعتبر الفترة اليونانية في تاريخ الرياضيات فترة متميزة ، عرفت خلالها المعرفة الرياضية قفزة نوعية على عدة مستويات:

- على مستوى الموضوع ، فقد مرت المعرفة الرياضية من معرفة وظيفية مرتبطة بسياق ما ولحل مسائل محددة في الحياة العامة كإعادة تحديد الأراضي بعد فيضان النيل أو في بناء المعابد والأهرامات عند المصريين القدامى أو تحديد الأجرام السماوية و المواقيت عند البابليين...إلى معرفة رياضية مستقلة الموضوع وبمكونات مجردة ووظائف متعددة : ثقافية و تربوية ....
- على مستوى المنهجية، فقبل هذه الفترة كان تناول المسائل الرياضية و توليد المعرفة الرياضية يتم من خلال منهجية استقرائية تعتمد على تعميم النتائج الملاحظة على بعض الحالات.

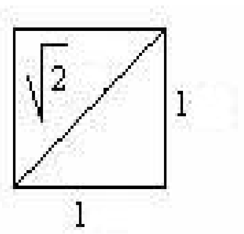
ولقد توصلوا إلى مجموعة من النتائج الرياضية:كخاصية الدائرة المحيطة بمثلث قائم الزاوية أو تقايس زاويتي القاعدة في مثلث متساوي الأضلاع أو مصاديق تقايس مثلثين . وتبقى مبرهنة فيثاغورس أهم هذه النتائج من حيث ما أفرزته من مفارقات (أزمة الأعداد اللاجدرية $\sqrt{2}$) انعكست على شتى أنواع المعرفة وساهمت بشكل ايجابي في التطوير اللاحق للرياضيات.

كان فيثاغورس Pythagore مؤسس مدرسة تدرس بها مختلف علوم و معارف تلك الأزمنة، من فلك وهندسة ورياضيات و فلسفة ولاهوت...

ولقد تمكنت هذه المدرسة من بلوغ نتائج مهمة في شتى مجالا ت المعرفة: ففي الرياضيات تمكنوا من النسبة الذهبية وفي الموسيقى وضعوا أسس النوتة الموسيقية ونموذجها العددي... وضع فيثاغورس Pythagore العلاقات الأولى بين طول الخيط الرنان و الصوت المنبعث منه فوضع العلاقات الأولى المتطابقة (les rapports consonants)

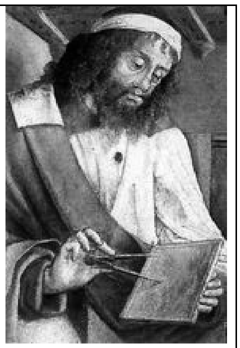
Ut = 1, Ré = (2/3)2, Mi = (2/3)4, Fa = 3/2, Sol = 2/3, La = (2/3)3, Si = (2/3)5

بل ذهبوا أبعد من هذا عندما عملوا على خلق تناظر بين الأعداد ومكونات الطبيعة بأسرها زاعمين أن أي شيء يمكن التعبير عنه بلغة الأعداد (يقصدون هنا الأعداد الطبيعية و الكسور الموجبة لها)



كما أوضح أفلاطون في مؤلفه الرئيسي: *الجمهورية*، "حاول الفيثاغورسيون تعميم مفهوم التناغم الموسيقي على الكون برمَّته..."

إلا أن بروز إشكالية عدم تقايس طول ضلع المربع وطول قطره (incommensurabilité) هدمت تلك المعتقدات ودحضت بالتالي التصور العددي الفيثاغورسي نظرا لكونه غير متكامل، فهناك قطع ملموسة و يمكن إنشاؤها من دون أن تتمكن الأعداد المعروفة آنذاك من التعبير عنها.



Euclide

ولقد نتج عن هذه الأزمة المعرفية زعزعة عميقة في العديد من المفاهيم:

- ✓ الرجوع إلى الهندسة عوض الحسابيات التي انحدرت إلى درجة ثانوية.
- ✓ بروز مقاربات جديدة في التعامل مع المسائل الرياضية فصار الإنشاء الهندسي للحل من المتطلبات المؤشرة لقبوله.وقد تم حصر الأدوات المستعملة في الإنشاء في المسطرة و البركار فقط.

La reconnaissance des quantités incommensurables a convaincu les Grecs que les quantités géométriques étaient plus générales que" les nombres ". de cette conviction est née la nécessité d'une algèbre purement géométrique.

FRANCIS BORCEUX .Approche historique de la géométrie. p :4

ولقد أثرت هذه الإجراءات بشكل فعال على منحى الرياضيات لقرون عدة، فمثلا عدم إمكانية إنشاء أطوال سالبة أخر التأشير على الأعداد السالبة وكذلك لم يتم الاعتراف بالأعداد العقدية إلا بعد سنة 1837 عندما تمكن الرياضي هاملتون من ربط كل عدد عقدي بشكله الهندسي من خلال نظريته الجبرية للأعداد العقدية.

> *Il faut attendre le début du dix-neuvième siècle pour qu'une justification mathématique correcte des nombres imaginaires (et en même temps des négatifs) voie le jour. La première théorie géométrique est l'œuvre de plusieurs mathématiciens : Wallis, Wessel et c'est Hamilton en 1837 justifie les nombres complexes comme des couples de nombres réels.*
>
> *http://mediamaths.fr/pdf/complexes.pd f page 12/13*

برزت مند الفترة اليونانية مجموعة من المسائل الرياضية المتمحورة حول الإنشاء الهندسي بالمسطرة و البركار، كان أهمها على الإطلاق المسائل الثلاثة المشهورة: تربيع الدائرة – تضعيف المكعب – تقسيم ثلاثي للزاوية (يضاف إليها إنشاء المضلعات المنتظمة).والتي شكلت محاولات حلها طوال قرون، المحرك الحقيقي لخلق عدة مفاهيم رياضية وتطويرها.

ومن بين أهم النتائج المتوصل إليها نذكر:

- ✓ الإنشاءات المتعددة لخماسي الأضلع المنتظم (النسبة الذهبية) منذ الفترة اليونانية.
- ✓ اكتشاف المنحنيات (***Les coniques, la spirale d'Archimède, la quadratrice d'Hippias ou la conchoïde de Nicomède…***).

وهذا تطور فيما بعد إلى دروس التحليل الحالية.

و يعلق ***Henri Lebesgue*** قائلا:

> *« Ce qui payé l'effort des Grecs, c'est la découverte des courbes c comme la conchoïde, les cissoïdes…, des relations entre problèmes en apparence très différentes, etc. »*
>
> *Jean AYMES : Ces problèmes qui font les mathématiques p : 7*

- ✓ أعمال Gauss (1796) والتي خلصت إلى تحديد المضلعات المنتظمة القابلة للإنشاء بواسطة المسطرة و البركار (تم تعميمها فيما بعد من طرف P.L.Wantze) ، وهي التي يمكن كتابة عدد أضلاعها n على شكل (2^{α}) مع ($\alpha \geq 2$) أو على شكل ($2^{\beta} p_1 p_2 .... p_r$) مع ($\beta \in \mathbb{N}$) و p_i من صنف أعداد Fermat أي التي تكتب على شكل $p_i = 1 + 2^{(2k)}$

بالنسبة للقيم ($k = 0,1,2,3,4$) نجد إذن الأعداد ($p_i =$ **3, 5, 17, 257, 65537**) وهي كلها أعداد أولية ونستنتج من ذلك القيم الممكنة لعدد أضلاع المضلعات المنتظمة القابلة للإنشاء بالمسطرة والبركار

$$n = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 20, 30, 32, 34, 40, \dots$$

J.C.Carrega : Théorie des corps, la règle et le compas :p :51, 52

- ✓ أعمال ***Mascheroni Lorenzo*** و ***Gorg Mohr***: والتي توصلت إلى أن كل ما يمكن إنشاءه بالمسطرة و البركار يمكن إنشاءه بواسطة البركار فقط. **(problème de Napoléon)** كنموذج.
- ✓ أعمال ***Steiner*** : إن كل ما يمكن إنشاءه بالمسطرة و البركار يمكن إنشاءه بواسطة المسطرة فقط مع إعطاء رسم لدائرة.
- ✓ أعمال ***Galois*** (نظرية الزمر الجبرية و بنية مجموعة الأعداد القابلة للإنشاء) خلصت إلى البرهنة على عدم إمكانية الجواب بالإيجاب على المسائل الثلاثة السابقة. و ترك المجال للإنشاءات التقريبية.

3) التطبيقات:

سوف تتضمن هذه الفقرة إنجاز مجموعة من الإنشاءات المشهورة تاريخيا والغنية معرفيا وتستهدف إتمام ما تتوخاه الفقرة السابقة من وضع السادة الأساتذة في السياق التاريخي للإنشاءات الهندسية. وسوف نتناول تحديدا :

- ✓ إنشاء خماسي الأضلاع المنتظم والبرهنة على ذلك.
- ✓ تطبيق نتائج أعمال Gauss والإنشاء السابق في إنشاء المضلعين المنتظمين ب 10 أضلع و 15 ضلعاً
- ✓ إنشاء المضلع المنتظم ب 17 ضلعاً بدون برهان Heptadécagone (construction de Gauss)
- ✓ مسألة نابليون*: إنشاء مركز دائرة بواسطة البركار فقط. الحل و البرهان

المحور الثاني : تطور تدريس الهندسة من المرحلة الابتدائية إلى المرحلة الإعدادية

تـــقـــديـــم:

يتطور تدريس الهندسة بتطور معارف التعلم عبر مختلف مراحل التعليم، فتدريس الهندسة بالمرحلة الابتدائية يختلف عما هو عليه بالمرحلة الإعدادية ثم بالمرحلة التأهيلية.

نحاول في هذا الموضوع أن نرصد التطور الحاصل من المرحلة الابتدائية إلى المرحلة الإعدادية استنادا إلى برامج الهندسة المقررة بالمرحلتين بغرض التعرف على التصورات العامة التي تؤِطر تدريس الهندسة بكل من المرحلتين. ثم تحديد نقط الاستمرارية والقطيعة التي يشهدها التطور.

ولأجل هذا الغرض، يتناول العرض ثلاثة محاور أساسية:

1ـــ الهندسة بالتعليم الابتدائي؛

2ـــ الهندسة بالتعليم الإعدادي؛

3ـــ تدريس الهندسة من الابتدائي إلى الإعدادي؛

4ـــ مرجعيات نظرية.

1) الهندسة بالتعليم الابتدائي:

1.1. السلك الأول من المدرسة الابتدائية:

يدوم السلك الأول من المدرسة الابتدائية سنتين، ويهدف بالأساس إلى تدعيم مكتسبات التعليم الأولي وتوسيعها وجعل المتعلمين عند سن الثامنة يمتلكون قاعدة موحدة ومتناسقة من مكتسبات التعليم تهيئهم جميعا لمتابعة الأطوار اللاحقة من التعليم.

وفي مجال الرياضيات، تعتبر هذه المرحلة مرحلة تهييئية يركز خلالها على تعلم التلميذ المباديء الأولية في الرياضيات ومزاولة الأنشطة اليدوية مع العناية بتنمية قدراته الخاصة. ويتمحور برنامج الرياضيات بهذا السلك حول الاستئناس بالأعداد وبعض الأشكال الهندسة والمجسمات ويمارس أنشطة حول الفضاء الذي يعيش فيه. ومن خلال ممارسته بعض الألعاب وأنشطة تناسب نمو الطفل تتم عملية الاستئناس بالكتابة والتنظيم والعد والقياس والتعرف على الأشكال في المستوى والفضاء والتموقع في الزمان والمكان.

مجمل مقرر الهندسة بالسلك الأول الابتدائي

السنة الأولى	السنة الثانية
ـــ مصطلحات مرتبطة بموقع الأشياء بالنسبة للمتعلم وبالنسبة لبعضها. ـــ الشبكة: الخانة. ـــ الأشكال الهندسية المستوية الأساسية. ـــ مقاربة مفهوم التماثل المحوري.	ـــ مصطلحات مرتبطة بموقع الأشياء بالنسبة للمتعلم وبالنسبة لبعضها (مراجعة). ـــ التمعلم والتوجيه (repérage – orientation) ـــ الأشكال الهندسية الأساسية. ـــ مقاربة مفهوم التماثل المحوري ومحور تماثل شكل.

يواصل المتعلم في هذه المرحلة تحسين نظرية للفضاء الاعتيادي ويتعلم كيف يحدد نقطة على التربيعات ويستعمل بعض الأدوات الهندسية من قبيل المسطرة والمزواة والأنسوخ وبعض التقنيات كالطي والتقطيع والتماثل لاكتساب مهارات يدوية. كما يشتغل على بعض الأشكال الهندسية المستوية (الخط المستقيم

ـ المثلث ـ المربع ـ المستطيل ـ القرص) من حيث تعرفه عليها ورسمها. وعلى وصف ورسم بعض المجسمات (المكعب ـ متوازي المستطيلات).

ويرتكز تدريس الهندسة بهذه المرحلة على ما هو محسوس وما توحي به "العين" حول الأشكال (formes) اعتمادا على الملاحظة لمساعدة التلاميذ على بناء تصورات ذهنية لمختلف التمثيلات الفيزيائية للكائنات الهندسية. فالتعرف على طبيعة الأشكال الهندسية، يتم انطلاقا من ما يوحي به مظهرها (apparence) وكما تبدو في عيون المتعلمين.

فمثلا يستطيع تلميذ هذه المرحلة أن يتعرف على طبيعة مستطيل انطلاقا من مظهره العام دون أي تحليل صريح لخصائصه.

2.1. السلك الثاني من المدرسة الابتدائية:

يستهدف السلك الثاني من التعليم الأساسي خلال مدة أربع سنوات إضافة إلى ما ورد في شأن السلك الأول استكمال تنمية مهارات المتعلمين والإبراز المبكر لمواهبهم.

وتعتبر هذه المرحلة صلة وصل بين السلك الأول من التعليم الابتدائي وسلك التعليم الإعدادي. وتتميز بتنظيم وتوسيع المعارف والممارسات الرياضياتية التي كانت موضوع دراسة في المرحلة الأولى وبتقديم مهارات جديدة استنادا إلى هذا التنظيم والتوسيع باعتبار أن الرياضيات تتشكل من مجموعة من العلاقات والمفاهيم المترابطة.

وفيما يخص تدريس الهندسة بهذا السلك فإن المقرر الدراسي يستهدف ما يلي:

- تحسين نظرة المتعلم للفضاء الاعتيادي؛
- الاستئناس ببعض الأشكال الهندسية المستوية وبعض المجسمات؛
- اللجوء إلى استعمال الخصائص والأدوات الهندسية؛
- البرنامج لا يستهدف معارف صورية وإنما معارف وظيفية مفيدة كل المسائل؛
- مقاربة مفهوم التكبير والتصغير.

أما الكفايات الأساسية في مجال الهندسة والخاصة بهذا السلك فيمكن إجمالها فيما يلي:

- التعرف على الأشكال الهندسية الاعتيادية وبعض المجسمات وإنشاؤها وتصنيفها؛
- استعمال الأدوات الهندسية؛
- تطبيق بعض التقنيات الاعتيادية لإنشاء الأشكال الهندسية؛
- توظيف المفاهيم الهندسية في حل بعض المسائل.

كما يمكن تلخيص المعارف الخاصة بتدريس الهندسة في النقط التالية:

- التمعلم والتوجيه؛
- علاقات وخصائص هندسية: الاستقامية والتعامد والتوازي وتساوي الأضلاع والتماثل المحوري ومنتصف قطعة...
- استعمال الأدوات الهندسية (المسطرة ـ المزواة ـ البركار) وبعض التقنيات (الطي ـ الأنسوخ ـ التربيعات)؛

- أشكال مستوية (المثلث وحالاته الخاصة والمربع والمستطيل والمربع والمعين والمستطيل ومتوازي الأضلاع وشبه المنحرف والدائرة والقرص): التعرف والإنشاء وإعادة الإنشاء والوصف والتصنيف...
- المجسمات (المكعب ومتوازي المستطيلات والموشور القائم والأسطوانة القائمة): التعرف على العناصر والوصف والإنشاء وإعادة الإنشاء وحساب المساحات الجانبية والكلية والحجوم.
- تكبير وتصغير الأشكال...

مجمل مقرر الهندسة بالسلك الثاني ابتدائي

	السنة الرابعة	السنة الخامسة	السنة السادسة
ــ الأشكال الهندسية الأساسية؛ ــ الإنشاءات الهندسية؛ ــ التعامد؛ ــ التماثل المحوري ومحور تماثل شكل. ــ تقريب مفهوم المساحة.	ــ الأشكال الهندسية الأساسية؛ ــ الإنشاءات الهندسية؛ ــ التوازي والتعامد؛ ــمتوازي الأضلاع، المستطيل،المعين، المربع. ــ التماثل المحوري ومحور تماثل شكل؛ ــ إزاحة وتكبير وتصغير الأشكال؛ ــ ترصيف السطوح المنتهية؛ ــ المجسمات.	ــ التوازي والتعامد؛ ــ الزوايا؛ ــ الأشكال المستوية: المثلث، المثلث القائم، المتساوي الساقين ــ متساوي الأضلاع ــ المعين ــ شبه المنحرف ــ الدائرة والقرص. ــ ترصيف السطوح المنتهية؛ ــ التماثل المحوري ومحور تماثل شكل؛ ــ إزاحة الأشكال؛ ــ تكبير وتصغير الأشكال؛ ــ الموشور القائم والأسطوانة القائمة.	ــ التوازي والتعامد؛ ــ الزوايا ــ منصف زاوية ــ قياس زاوية. ــ المضلعات؛ ــ التماثل المحوري؛ ــ المجسمات الاعتيادية.

كما هو الشأن بالنسبة للسلك الأول من المدرسة الابتدائية، يواصل المتعلم خلال هذا السلك تطوير وتوسيع نظرته للفضاء الاعتيادي. كما يعمل على إدراك بعض الخصائص الهندسية في مرحلة أولى اعتمادا على "العين" و ما توحي به مظاهر (formes) الأشكال وذلك من خلال عدد من الأنشطة الهندسية. وفي مرحلة ثانية يلجأ إلى الأدوات الهندسية للتحقق من بعض الفرضيات. فمثلا لإنشاء مربع باختيار أربع نقط من بين مجموعة من النقط يلجأ المتعلم في بداية السلك إلى اختيار النقط الأربع انطلاقا من ما يبدو له مربعا.

أما في نهاية السلك فيلجأ إلى التحقق من أن الشكل يحقق فعلا خصائص المربع باستعمال الأدوات الهندسية الملائمة. (مثلا: أطوال الأضلاع والزوايا القائمة). والمستهدف من هذه الأعمال هو قيادة المتعلم تدريجيا نحو ربط بعض الخصائص الهندسية بمفردات خاصة واستعمال الأدوات الهندسية ومن خلال أنشطة لإعادة الإنشاء والتصنيف واستعمال تقنيات متنوعة (الأنسوخ ــ التقطيع ــ الطي...)

3.1. خلاصة:

يتميز تدريس الهندسة بالمدرسة الابتدائية بعدد من الخصائص من أهمها:

- المرور التدريجي من هندسة حيث يتم التأكد والتحقق من الأشكال الهندسية وخصائصها اعتمادا على الإدراك (perception) وما توحي به العين إلى هندسة حيث يتم التصريح بهذه الخصائص واللجوء إلى الأدوات الهندسية.
- يرتكز نشاط المتعلمين بالمدرسة الابتدائية أساسا على الاستئناس ببعض الأشكال (formes) وتحديد خصائص بعض الأشكال الهندسية اعتمادا على الملاحظة في مرحلة أولى والتحقق منها باستعمال الأدوات في مرحلة ثانية.

2) الهندسة بالتعليم الثانوي الإعدادي:

تصنف الرياضيات بالسلك الثانوي الإعدادي ضمن مواد التكوين العام حيث يسمح حل المسائل الرياضياتية وترييض الوضعيات والتعلم التدريجي للبرهان الرياضي بأن يتحسس المتعلم تدريجيا معنى النشاط الرياضي الحقيقي. وتبرز الرياضيات بهذا السلك كمادة تقدم عددا من الأدوات المفيدة في الحياة العامة أو في مجالات أخرى. وفي نفس الآن تبرز كمادة لها استقلاليتها الخاصة.

وفيما يخص تدريس الهندسة بهذا السلك، فإن المقرر الدراسي يهدف إلى تحقيق الأهداف التالية:

- المرور من تحديد للأشكال الهندسية اعتمادا على الإدراك (perception) وما توحي به العين المجردة إلى تحديدها اعتمادا على عدد من الخصائص المميزة؛
- عزل العناصر الضرورية والملائمة في شكل هندسي للإجابة على سؤال معين؛
- الاستئناس بالتمثيل المستوي للفضاء ولاسيما استعمال بعض الاتفاقات (conventions) الاعتيادية؛
- اكتشاف بعض التحويلات الهندسية: التماثل المركزي والتماثل المحوري والإزاحة والتكبير والتصغير؛
- بناء رصيد معرفي لعدد من المبرهنات وتعلم كيفية استعمالها.

ولتحقيق هذه الأهداف، يتمحور مقرر الهندسة بالسلك الإعدادي حول المضامين التالية:

- الخصائص الهندسية الأساسية للأشكال المستوية والمجسمات التالية: المربع والمستطيل والمعين والمتوازي الأضلاع والمثلث والدائرة والمكعب والمتوازي المستطيلات والأسطوانة والموشور القائم...إلخ؛

- مفاهيم هندسية: التوازي والتعامد وواسط قطعة ومنصف زاوية ومماس دائرة...إلخ؛
- التحويلات: التماثل المركزي والتماثل المحوري والإزاحة والتكبير والتصغير...

✗ مبرهنات الهندسة المستوية: مجموع قياسات زوايا مثلث والمتفاوتة المثلثية ومبرهنة فيثاغورث ومبرهنة طاليس...إلخ.

✗ المقادير والقياسات (وحدة القياس وصيغ وحساب وتحويل): الطول والمساحة والحجم والوزن وقياس زاوية والسرعة...إلخ.

✗ القياسات باستعمال الأدوات.

مجمل مقرر الهندسة بالسلك الإعدادي

	السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة
الأشكال والإنشاءات والتحويلات	▪ إنشاء الأشكال الهندسية الاعتيادية: المستطيل والمعين ومتوازي الأضلاع.. ▪ إنشاء المثلث ــ ارتفاعات مثلث ــ المنصفات ــ الدائرة المحيطة. ▪ تحويل نقطة ومستقيم وزاوية ودائرة بتماثل مركزي. ▪ الموشور القائم ــ الأسطوانة	▪ المثلث: مبرهنة المستقيم المار من منتصفي ضلعي مثلث ــ مستقيم يوازي ضلع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين. ▪ التماثل المحوري. ▪ مثلث قائم الزاوية والدائرة المحيطة. ▪ المتجهات: تساوي متجهتين ومجموع متجهتين ــ صورة نقطة بإزاحة. ▪ الهرم والمخروط الدوراني والموشور القائم.	▪ مبرهنة طاليس. ▪ المثلثات المتشابهة والمثلثات المتقايسة. ▪ تحويل الأشكال بإزاحة. ▪ التصغير والتكبير. ▪ مبرهنة فيتاغورث. ▪ متوازي المستطيلات ــ المكعب ــ الهرم المنتظم ــ الإسطوانة القائمة.
التدريج المسافة الزوايا	▪ تموضع نقطة على مستقيم ▪ المسافة بين نقطتين ▪ تموضع نقطة في المستوى ▪ المتفاوتة المثلثية ــ مجموع قياسات زوايا مثلث. ▪ مماس دائرة. ▪ زاويتان متحاديتان ــ متتامتان ــ متبادلتان داخليا ــ متناظرتان...	▪ العلاقة التناسبية: سلم التصاميم ــ النسبة المئوية ... ▪ مبرهنة فيتاغورث ▪ جيب تمام زاوية حادة.	▪ التمثيل المبياني لدالة خطية ــ تآلفية . إحداثيتا منتصف قطعة إحداثيتا متجهة. المسافة بين نقطتين المعادلة المختصرة لمستقيم شرط تعامد وتوازي مستقيمين. الحساب المثلثي في مثلث قائم الزاوية ــ علاقات مترية. الزوايا المركزية والزوايا المحيطية.
الأطوال ــ القياسات	▪ قياس الزوايا ▪ مساحة ومحيط بعض الأشكال الهندسية المستوية. ▪ المساحة الجاذبية وحجم الموشور القائم والأسطوانة	▪ حساب المساحة الجانبية والحجم لكل من الهرم والمخروط الدوراني والموشور القائم.	▪ أبعاد وحجوم المكعب ومتوازي المستطيلات والهرم المنتظم والأسطوانة.

ويتدرج تعلم الهندسة بالسلك الإعدادي وفق المراحل التالية:

1.2 السنة الأولى إعدادي:

يهدف برنامج الهندسة بالسنة الأولى إعدادي إلى ترسيخ مجمل المعارف والمهارات التي اكتسبها المتعلم بالمرحلة والمهارات التي اكتسبها المتعلم بالمرحلة الابتدائية والعمل على تكملتها والحرص على توظيفها، كما يهدف إلى تنمية وتطوير قدرة المتعلم على الملاحظة والإستدلال.

ولأجل هذا الغرض يرتكز مقرر الهندسة بالسنة الأولى إعدادي على الوصف والتجربة ويعمد في تدريسه أساسا على ترسيخ مكتسبات المتعلم وحثه على استعمال الأدوات الهندسية،وذلك من خلال التركيز على مجموعة من الأفعال، من أهمها:

- مواصلة دراسة الأشكال الهندسية المستوية التي اكتسب المتعلم في شأنها تجربة مهمة تمكنه من التعرف عليها وإنجاز تمثيلات لها.
- التركيز على الإنشاءات الهندسية وعلى الاستعمال الدقيق للأدوات الهندسية.
- تطوير وتنمية قدرة المتعلم على الملاحظة وتحليل بعض الخصائص ودعم استعماله لعدد من المفردات الهندسية.
- إعادة تنظيم معارف المتعلم وإغنائها باستعمال خصائص الأشكال الهندسية وكذا بتوظيف التماثل المركزي كأداة جديدة.
- استعمال النتائج المحصلة لحث التلاميذ على التفكير الاستنتاجي والشروع في البرهان الرياضي.
- تدريب المتعلم على التعامل مع الأشكال الأساسية فيها وعزل العناصر الملائمة للإجابة على سؤال معين.
- تعميق دراسة المجسمات التي سبق للمتعلم أن تعرف عليها في السنوات السابقة بالإضافة إلى مجسمات أخرى وجعله يستأنس بمفهومي المستقيم والمستوى في الفضاء.

2.2 السنة الثانية إعدادي:

يهدف تدريس الهندسة في السنة الثانية إعدادي إلى الانتقال التدريجي من مستوى التجربة والمعاينة إلى مستوى البرهان الرياضي.

ولهذه الغاية يبقى تمثيل الأشكال الهندسية الاعتيادية والمجسمات وحساب الأطوال المرتبطة بها من المهام الأساسية التي ينبغي التركيز عليها في تدريس الهندسة بهذا المستوى.

ويضاف إلى هذا دراسة الخصائص المميزة للبعض منها.

في الهندسة المستوية تتمحور مختلف الأنشطة حول الأشكال التي سبقت دراستها (المثلث ــ الدائرة ــ الرباعيات الاعتيادية...) بالإضافة إلى المثلثات المحددة بمتوازيين يقطعان مستقيمين متقاطعين كتجسيد لوضعية التناسب، ويضاف إلى هذه الأداة الجديدة وأدوات السنوات السابقة مبرهنة فيثاغورث التي تسمح

بتمييز المثلث القائم الزاوية وبحساب بعض الأطوال المرتبطة به، إغناء الرصيد المعرفي للمتعلم بهذه الأدوات ينبغي أن يساعده على تطوير وتنمية قدراته على الاكتشاف والبرهنة.

وفي الهندسة الفضائية يسمح استثمار نتائج الهندسة المستوية بشكل واسع من إنجاز عدد من الأنشطة حول المجسمات التي سبق للمتعلم أن تعرف عليها ومن تكوين تمثل واضح للمفاهيم الأساسية في الفضاء عن طريق ملاحظة الأشكال الهندسية ووضعها وتمثيلها وإنشاء نماذج لها ومقارنتها واستخلاص خصائصها.

3.2 السنة الثالثة إعدادي:

من الأهداف التي يسعى إلى تحقيقها مقرر الهندسة بمستوى الثالثة إعدادي تكملة رصيد المتعلم المعرفي من خصائص وعلاقات مترية في المستوى وفي الفضاء وتهييئه للحساب المتجهي الذي سيستغل بشكل واسع في مرحلة الثانوي التأهيلي.

ولهذا الغرض يبقى مقرر الهندسة بهذا المستوى على عدد من الأنشطة التي تناولها المتعلم في السنوات السابقة من قبيل تمثيل الأشكال في المستوى والفضاء وحساب بعض الأطوال المرتبطة بها، ويواصل تطوير وتنمية قدراته على الاكتشاف والبرهنة، ويكمل الأشكال الهندسية سابقا ببعض المضلعات المنتظمة في المستوى، كما يواصل دراسة التحويلات الهندسية بإتمام دراسة الإزاحة ومقاربة مفهوم التكبير والتصغير, يسمح الاشتغال على الأشكال المستوية والمجسمات من تجنيد واستعمال مختلف نتائج السنوات السابقة مع إغناء هذا العمل بأدوات جديدة مثل مبرهنة طاليس والزوايا المحيطية والزوايا المركزية. ويشكل تقديم مفهوم المتجهة ومجموع متجهتين وجداء متجهة في عدد حقيقي منطلقا لتعلم المبادئ الأولى للحساب المتجهي واستكمالا لأنشطة السنة السابقة حول المتوازي أضلاع والإزاحة.

تتمحور مختلف أنشطة الهندسة الفضائية حول حساب حجوم المجسمات الاعتيادية واستغلال نتائج الهندسة المستوية في دراسة وإبراز الأوضاع النسبية والتعامد.

تدرج التعلمات: الهندسة المستوية

الأشكال والإستدلال

السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة
▪ تعرف واستعمال تعريف متوزاي اضلاع. ▪إعادة إنشاء متوازي أضلاع معلوم باستعمال خصائصه. ▪ تعرف واستعمال الخصائص المتعلقة بأضلاع وأقطار وزوايا المربع والمستطيل والمعين. ▪تعرف واستعمال الخصائص المتعلقة من متوازيين وقاطع. ▪ تعرف واستعمال التعابير: زاويتان متحاذيتان، زاويتان متتاميتين، زاويتان متقابلتان بالراس. ▪ إنشاء مثلث بمعرفة: – معرف بأحد أضلاعه والزاويتين المتحاذيتين. – ضلعين والزاوية المكونة منهما. – إنشاء الدائرة المحيطة بمثلث والدائرة المحاطة.	▪ تعرف واستعمال مبرهنة المستقيم المار من منتصفي ضلعين في مثلث ومبرهنة مستقيم يوازي ضلع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين. ▪ تعرف واستعمال خاصيات الارتفاعات والمتوسطات والواسطات والمنصفات في مثلث. ▪ تمييز مثلث قائم الزاوية بإحاطته بنصف دائرة وبخاصية فيثاغورس.	▪ تعرف واستعمال مبرهنة طاليس. ▪ استعمال مبرهنة فيثاغورس في الهندسة المستوية. ▪ تعرف مثلثين متقايسين. ▪ تعرف مثلثين متشابهين واستعمال حالات التشابه. ▪ تعرف واستعمال خاصية زاوية محيطة وزاوية مركزية تحصران نفس القوس.

تدرج التعلمات: الهندسة المستوية

التحويلات

السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة
▪ إنشاء مماثلة نقطة وقطعة ومستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بتماثل مركزي. ▪ ربط خصائص متوازي الأضلاع بخصائص التماثل المركزي.	▪ إنشاء مماثلة نقطة وقطعة ومستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بتماثل محوري. ▪ استعمال التماثل المحوري في دراسة الأشكال المستوية المتماثلة. ▪ تعرف إزاحة تحول نقطةA إلى نقطة Bوإنشاء صورة نقطة تنتمي إلى المستقيم (AB) وصورة نقطة لا تنتمي إلى المستقيم (AB).	▪ إنشاء صورة نقطة وقطعة مستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بإزاحة. ▪ استعمال الإزاحة في حل مسائل. ▪ تعرف واستعمال العلاقة المتجهية $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ للتعبير عن أن الإزاحة التي تحول A إلى B تحول C إلى D . ▪ ربط هذه العلاقة بمتوازي أضلاع.

تدرج التعلمات: الهندسة الفضائية

السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة
▪ تمثيل دون استعمال الأدوات الهندسية ووصف موشور قائم قاعدته مثلث أو متوازي أضلاع وأسطوانة قائمة قاعدتها دائرة. ▪ إنشاء نموذج لموشور قائم قاعدته مثلث أو متوازي أضلاع أبعاده معلومة. إنشاء نموذج لأسطوانة قائمة قاعدتها دائرة وشعاعها معلوم. ▪ حساب المساحة الجانبية والحجم لكل من الموشور القائم والأسطوانة. ▪ الاستئناس بمفهومي المستقيم والمستوى في الفضاء. ▪ إرساء التمثلات الذهنية حول التوازي والتعامد في الفضاء.	▪ نشر وتمثيل المخروط الدوراني والموشور القائم والهرم. ▪إنشاء نموذج لكل من الهرم والمخروط الدوراني والموشور القائم. ▪ حساب المساحة الجانبية والحجم لكل من المخروط الدوراني والموشور القائم. ▪ تكوين تمثل واضح للمفاهيم الأساسية في الفضاء عن طريق ملاحظة الأشكال الهندسية ووصفها وتمثيلها وإنشاء نماذج لها ومقارنتها واستخلاص خصائصها.	▪ تعرف وحساب حجوم المجسمات الاعتيادية: متوازي المستطيلات ــ المكعب... ▪ تعرف واستعمال أنه إذا كان معامل التكبير أو التصغير هوK فإن الطول يضرب في K والمسافة تضرب فيK^2 والحجم يضرب فيK^3. ▪ استثمار نتائج الهندسة المستوية في: – دراسة وإبراز الأوضاع النسبية والتعامد. – تطبيق مبرهنتي طاليس وفيثاغورس.

3) تدريس الهندسة من الابتدائي إلى الإعدادي:

يبدو واضحا مما سبق أن تدريس الهندسة بالمرحلة الإعدادية يرتكز أساسا على مكتسبات المرحلة الابتدائية من أجل ترسيخها و تنظيمها و تطويرها نحو تعلم البرهان الرياضي.

فالأنشطة الهندسية التي تم تناولها بالمرحلة الابتدائية و هو ذات طبيعة تجريبية وتمارس على كائنات حقيقية تسمح بالملاحظة و الإنشاء و الوصف و التمثيل و القياس يعاد تناولها بالمرحلة الإعدادية و تستعمل كنقطة انطلاق بالسنة للتلاميذ مواصلة تحقيق ثلاثة أهداف أساسية:

- ✓ التزود بأسس تطوير القدرة على حل المسائل هندسيا؛
- ✓ التزود بإطار يسمح باستعمال طرق البحث و الاكتشاف؛

✓ التزود بدعامة لتعلم الاستدلال الفرضي ــ الاستنتاجي.

يعتبر الاستدلال الاستنتاجي أداة للبرهنة و يوظف بشكل واسع في الهندسة، ويرتكز على مختلف التعاريف والخصائص الهندسية. وإن التطرق إلى هذا النوع من الاستدلال بالإعدادي يشكل نقطة تحول في كيفية تناول الأنشطة الهندسية، فاللجوء إلى استعمال أدوات القياس كما مورس بالابتدائي لم يعد كذلك، فهذا الاستدلال يتم باستعمال التعاريف و الخصائص الهندسية و مفردات و رموز خاصة.

و إذا كان نوع الاستدلال قد تطور من الابتدائي إلى الإعدادي، فالأمر نفسه ينطبق على الرسومات و الأشكال الهندسية. و أصبح التمييز بين الرسم ككائن مادي يستعمله المتعلم بالابتدائي لإنجاز بعض القياسات و أخذ بعض المعلومات ... إلخ و الشكل ككائن هندسي مرتبط بهدف تعويد التلاميذ على الاستدلال الاستنتاجي بالمرحلة الإعدادية .

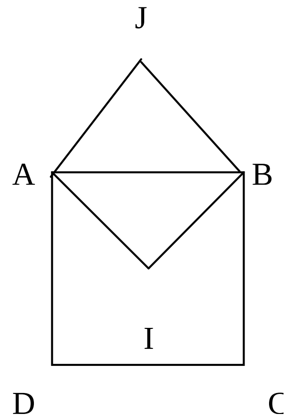
و وفق هذا التمييز ، تعتبر الرسومات تمثيلات مبيانية للكائنات الهندسية و لا يوجد بالضرورة تمثيل وحيد لكائن هندسي (استعمال السلم، الرسم برفع اليد...) . كما تنبثق عنه طريقة أخرى لتناول موضوع الهندسة ترتكز على التعاريف و الخصائص الهندسية. و لو أن استيعاب المتعلم مفهوم الشكل بالمرحلة الإعدادية يظل هدفا من أهداف مقرر الهندسة بهذه المرحلة. و حتى من أجل هذا الغرض، تظل الرسومات حاضرة في الأنشطة الهندسية. ففي الواقع، يعتبر تمثيل الكائنات الهندسية أساسيا في دراسة الهندسة لما له من أهمية في إبراز العلاقات أو الفرضيات التي لا تبدو واضحة في النص المكتوب.

هذه النظرة الجديدة للأشكال الهندسية، تطرح على عدد مهم من تلاميذ المرحلة الإعدادية صعوبات كبيرة وتجعل الانتقال من مرحلة إلى أخرى في تعلم الهندسة ليس سهلا نتيجة العائق الذي تشكله حواسنا في إدراك و فهم الكائنات الهندسية. و هذه المراحل هي كالتالي:

- **مرحلة استيعاب الكائنات الهندسية اعتمادا على الإدراك و ما توحي به الحواس عند بداية المرحلة الابتدائية: يكون تلميذ هذه المرحلة قادرا على التعرف على مربع انطلاقا من مظهره العام و ما توحي به العين المجردة.**
- **مرحلة تناول الهندسة اعتمادا على الأدوات الهندسية الضرورية عند نهاية المرحلة الابتدائية: يكون تلميذ هذه المرحلة قادرا على التعرف على مربع باستعمال الأدوات الملائمة للتحقق من بعض خصائصه.**
- **مرحلة تعلم الهندسة الاستنتاجية : يكون تلميذ هذه المرحلة قادرا على استنتاج أن شكل هندسي مربع انطلاقا من معلومات أولية أو معلومات مستنبطة.**

مثال:

في الشكل التالي ABCD مربع و I مركزه و J مماثل I بالنسبة للمستقيم (AB)



- بالنسبة لتلميذ في المراحل النهائية من التعليم الابتدائي يستعمل مثلا المزواة و البركار للتحقق من AIBJ له أربع زويا قائمة و أربعة أضلاع متقايسة ليستنتج أن AIBJ مربع.
- بالنسبة لتلميذ المرحلة الإعدادية يستعمل خاصية قطري المربع ليستنبط أن AI=BJ و أن الزاوية AÎB قائمة ثم يستعمل التماثل ليستنتج أن AIBJ مربع.

يتضح من كل ما سبق أن الانتقال من الابتدائي إلى الإعدادي ليس خطيا كما قد يبدو من خلال القراءة الأولية لمقرر الهندسة بالمرحلتين. بالتأكيد أن عددا من أنشطة و معارف و مقاربات التعليم الابتدائي يتم تناولها من جديد بالمرحلة الإعدادية. غير أن هناك قفزة و تحولا عميقين في كيفية إدراك الكائنات الهندسية و في الانتقال من مفهوم الرسم إلى مفهوم الشكل و في مفهوم الخاصية و في طرق الاستدلال باعتبار التصورات العامة التي تؤطر تدريس الهندسة بالمرحلتين والتي تعد جوهر هذا التحول. و تبدو هذه القطيعة في الفصول الدراسية كصيغة للعقد الديداكتيكي الذي يصاحب تغيير مرحلة دراسية بمرحلة أخرى.

بعد ما تم رصد أهم عناصر قطيعة العقد الديداكتيكي الخاص بتدريس الهندسة، تبقى بعض الأسئلة مشروعة تستدعي الإجابة عليها لتسهيل عملية الانتقال من الابتدائي إلى الإعدادي في ظروف ملائمة:

- **كيف ينبغي قيادة المتعلمين و توجيههم لتمكينهم من المرور من هندسة عملية بعقد ديداكتيكي يرتكز على الملاحظة و استعمال أدوات القياس و الاستدلال بالاعتماد على الرسم إلى هندسة نظرية تعتمد البرهنة كأداة أساسية؟***
- **ما هي الوضعيات التي يمكن اقتراحها لتسهيل هذا الانتقال؟***
- **ماهي الأنشطة التي ينبغي اقتراحها على المتعلمين لتحسيسهم بضرورة البرهنة؟ وهل سيستعملون الرسم كأداة؟***
- **إلخ...**

4) مرجعيات نظرية:

اعتمدنا في تحليل الفقرات السابقة إلى المرجعيات التالية:

1. 4 .وجهة نظر بياجي Piaget:

حسب النظرية النشوئية لـــ Piaget و Inhelder فإن الاستدلال الاستنتاجي يبرز في مرحلة العمليات الصورية. و تظهر المظاهر الأولى للاستدلال عامة عند سن 11- 12 سنة و تبنى إلى حين استقرارها عند سن 14- 15 سنة. كما توجد مستويات تتعلق بتطور مفاهيم التحقق و البرهنة.

المستوى 1:

في هذا المستوى تتم عملية تحديد صحة تعبير تجريبيا.

مثال:

يكون المتعلم في هذا المستوى قادرا على أن يحدد بأن مجموع قياسات زوايا مثلث يساوي قياس زاوية مستوية باستعمال تقنية التقطيع و التجميع على الرغم من أنه يجهل مفهوم قياس الزوايا و دون أن يفهم لماذا تتكرر الظاهرة.

المستوى 2:

عند نهاية هذا المستوى تصبح التعميمات الاستنتاجية منتظمة على الرغم من أن التلاميذ غير قادرين على بناء استنتاجات فتفكيرهم يبقى دائما تجريبي بطبيعته.

مثال:

يكون المتعلم قادرا على استنتاج أن مجموع قياسات زوايا مثلث تساوي$180°$ انطلاقا من سلسلة من المثلثات.

المستوى 3:

في هذا المستوى يستعمل التلاميذ استدلالات منطقية لتبرير اقتراحاتهم على الرغم من أن هذه الاستدلالات لا ترتكز بالضرورة على رياضيات صورية.

مثال:

في هذا المستوى يكون المتعلم قادرا على أن يبين بأن مجموع قياسات زوايا مثلث يساوي °180 باستعمال خاصية الزوايا الخارجية لمثلث.

2.4. وجهة نظر P. et D.Vanhiele

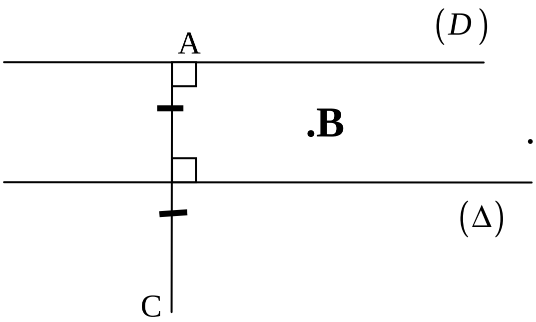
حسب نظرية P. et Diana Vanhile فإن التفكير الهندسي لدى التلاميذ يرتقى خلال خمسة مستويات ابتداء من مستوى الكشطالتي أو التبصر (visualisation) إلى مستويات أكثر فأكثر إتقانا للتحليل و التجريد و الاستنتاج و الدقة.

الجدول التالي يقدم وصفا لكل مستوى من هذه المستويات:

جدول: مستويات vanhiele

المستوى	الوصف	مثال
المستوى 1: التبصر Visualisation	يدرك التلاميذ الكائنات الهندسية اعتمادا على مظهرها الفيزيائي و يستدلون بواسطة اعتبارات بصرية بدون الاستعمال الصريح لخصائص هذه الكائنات .	**يعتبر التلاميذ بأن مربعا هو مربع اعتمادا على مظهره العام و ما توحي به العين المجردة. و أن ارتفاعا هو ارتفاع لأنه عمودي**
المستوى 2: التحليل	يكون المتعلم قادرا على ربط الكائنات الهندسية بخصائصها في حين يستعمل لائحة للخصائص الضرورية للتحديد و وصف هذه الكائنات .	**يعتبر التلاميذ بأن مربعا هو مربع لأنه يتوفر على 4 أضلاع متقايسة و 4 زوايا قائمة و أن الأضلاع المتقابلة متوازية.**
المستوى 3: التجريد	يكون المتعلم قادرا على ترتيب خصائص الكائنات الهندسية و بناء تعاريف صورية وتمييز الخصائص اللازمة عن الخصائص الكافية لتحديد مفهوم وفهم الاستنتاجات البسيطة في حين أنه لا يفهم البرهان .	**يعتبر التلاميذ بأن مربعا هو مربع لأنه مستطيل له 4 أضلاع متقايسة.**
المستوى 4: الاستنتاج	يكون المتعلم قادرا على فهم دور مختلف عناصر بنية استنتاجية و بناء براهين أو على الأقل فهمها.	**يكون المتعلم قادرا على أن يبين بأن متوازي أضلاع له ضلعين متتاليين لهما نفس الطول هو معين .**
المستوى 5: الدقة	**يكون المتعلم قادرا على الاشتغال على أنظمة أكسيوماتية مختلفة و دراسة هندسات متنوعة في غياب نموذج ملموس.**	**يكون التلاميذ قادرين على فهم الهندسات اللاأقليدية.**

***وضعيات يمكن الاشتغال عليها داخل الورشات**



الوضعية1:

نعتبر الشكل التالي: نعلم أن المستقيم (Δ) هو واسط القطعة $[AB]$.

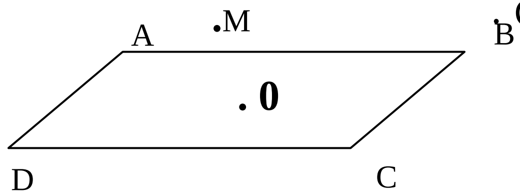
المطلوب:

– إنشاء صورتي B و (D) بالتماثل المحوري S_{Δ}

باستعمال المسطرة فقط.

– تحديد المراحل المتبعة للتوصل إلى الحل مع إبراز دور المدرس و دور المتعلم.

الوضعية 2 :



نعلم أن ABCD متوازي أضلاع مركزه O

المطلوب:

– إنشاء صورة النقطة M بالتماثل

المركزي S_O (باستعمال المسطرة فقط)

– تحديد المراحل المتبعة للتوصل إلى الحل مع إبراز دور المدرس و دور المتعلم

الوضعية 3 :

(D) و (D') مستقيمان متقاطعان.

I نقطة خارج (D) و خارج (D').

المطلوب: إنشاء نقطة A من (D) و نقطة B من (D')

بحيث تكون النقطة I هي منتصف $[AB]$.

المـــراجـــع:

1. وزارة التربية الوطنية ، برامج الرياضيات بالتعليم الابتدائي، الكتاب الأبيض.
2. وزارة التربية الوطنية ، البرامج والتوجيهات التربوية الخاصة بتدريس الرياضيات بالسلك الإعدادي.
3. Angela Maria Risto ,Instrumentation du déplacement dans gabri - géométre par les élèves du 6ème , Mémoire de Master2,Université Joseph Fouvier,Juin 2005
4. Bernard Capouni, de la géométrie de traitement aux constructions dans gabri- géométre II au collège,repère- IREM ,N°40 , juillet 2000
5. Burton ,R , ET, DETHXY-jehim,Mles élèves du secondaire sont - ils prêts à démontrer en géométrie ? Information pédagogique n°45 ,Février 1999 .

المحور الثالث :الإنشاءات الهندسية واقع الممارسة و إمكانيات التطوير

حاولنا في مرحلة أولى توضيح أهمية الإنشاءات الهندسية في تاريخ الرياضيات ورأينا كيف أنها كانت المحرك الرئيسي في بروز العديد من المفاهيم الرياضية و ساهمت في تطويرها ، وسوف نعمل في هذه المرحلة على توضيح أهميتها في برنامج الرياضيات بالتعليم الثانوي الإعدادي مع إثارة واقع ممارستها الفعلية. و على هذه المعطيات سنحاول بلورة خطة لتنمية مستوى تفعيلنا لهذا المكون الهام للنشاط الرياضي من خلال مناقشة الأسباب وتقديم مجموعة من الأنشطة البديلة.

1. الإنشاءات الهندسية في برنامج الرياضيات بالتعليم الثانوي الإعدادي

ففي تقديم الكتاب الأبيض لمادة الرياضيات بالسلك الثانوي الإعدادي نقرأ:

...ومن بين أهداف برنامج الرياضيات بهذا السلك تنظيم وتثبيت مكتسبات التلاميذ والسمو بها وتدعيمها عن طريق ... الاستعمال المناسب للأدوات الهندسية وتوظيف وحدات القياس. ويهدف البرنامج كذلك إلى إعطاء المتعلم قدرا من المعرفة الرياضية تمكنه من تعاطي نشاط رياضي حقيقي وذلك من خلال الانتقال التدريجي من النمط الحسابياتي إلى النمط الجبري ومن الوصف إلى الملاحظة والتجربة واستنباط النتائج والبرهنة عليها وتوظيف ذلك في البحث عن حلول مسائل رياضية متنوعة والتعامل مع المسائل المفتوحة.

ونقرأ كذلك : ...الأنشطة والمناولات والتجارب (الحساب العددي باستعمال المحسبة أو بدونها والإنشاءات الهندسية والقياسات...) تمكن من استنباط المظنونات وإعطاء معنى للتعاريف والخاصيات والمبرهنات المدروسة.

وفي برنامج مادة الرياضيات بالتعليم الثانوي الإعدادي نجد أن العديد من الكفايات تمت صياغتها في شكل إنشاءات هندسية :

*)إنشاء بعض الأشكال المعتادة (المستطيل و المعين...)

*) إنشاء مثلث طول أضلاعه معلومة.

*)الإنشاءات الخاصة بالتعامد.

*)إنشاء المستقيمات الهامة في المثلث والدائرة المحيطة و الدائرة المحاطة بالمثلث.

*)إنشاء مماس لدائرة في نقطة.

*) انجاز بعض الإنشاءات الهندسية في الدائرة و إعطاء تبريرا لها.

*)إنشاء مماثلة نقطة و قطعة و مستقيم و زاوية و دائرة بتماثل محوري.

و في التوجيهات التربوية المصاحبة للبرامج نجد الفقرات التالية و المتعلقة بالإنشاءات الهندسية:

*)الاعتماد على الملاحظة و التجربة في استنباط النتائج.

*) توظيف الإنشاءات الهندسية و الحرص على الاعتناء بها.

*)اعتبار التماثل المركزي و متوازي الأضلاع أداة فعالة في دراسة الأشكال ... و في تعويد التلاميذ على البرهان و تبرير الإنشاءات

*)إنجاز أنشطة حول الدائرة بهدف إنجاز بعض الإنشاءات الهندسية .

*) إنشاء رابع متناسب لطولين _ إنشاء واسط هندسي لطولين.(طاليس).

*)كما إن هذه التوجيهات تحث ما من مرة في توظيف الخاصيات في حل المسائل.

كما أن الكتب المدرسية المقررة في مختلف سنوات السلك الإعدادي تتضمن مجموعة من المسائل الإنشائية في مختلف مستوياتها.

يتضح من خلال هذه المعطيات أن الإنشاءات الهندسية حضت بأهمية بالغة في منهاج الرياضيات بالسلك الإعدادي فمن خلالها سوف يتم تثبيت و تدعيم المكتسبات و إكساب المعارف الرياضية معانيها وهي حامل لأنشطة البرهان الرياضي...

2. الإشكالية

إلا أن واقع الممارسة الفعلية يبقى بعيدا عن ماهو مستهدف منها ويمكن سرد العديد من أوجه القصور في تفعيلها :

- ✓ الإنشاءات تنجز بشكل آلي ، موحد وقار زمنيا ومكانيا، الشيء الذي يفقدها مجموعة من خاصياتها الديداكتيكية.
- ✓ الإنشاءات الهندسية توظف للرسم و تنجز من دون تبرير فتصبح اقرب من الطقوس ومن ردود أفعال آلية، تخلق النفور عند التلاميذ نظرا لانجازها في ظروف غير ظروفها أو لعدم وضوح الأهداف من انجازها.

أما أسباب هذه الظاهرة فعديدة ومتنوعة منها ما هو هيكلي(تكوين الأساتذة – مخلفات البرامج السابقة...

3.التطبيقات

إن موضوع الهندسة هي دراسة الأشكال الهندسية كما أنها تشكل المجال المفضل لممارسة البرهان و تمرين التلاميذ عليه. إن هذه الثنائية سوف تولد نموذجين لأنشطة متمحورة حول الإنشاءات الهندسية والتي ستكون أساس أنشطتنا التطبيقية:

*)   النموذج الأول: تبرير إنشاء هندسي باعتماد نتائج مبرهنات وخاصيات دروس الهندسة (البرهان).

*) النموذج الثاني: توظيف مبرهنة أو خاصية ما لإمكانية إنشاء شكل ما.

*Dans l’introduction de ses "**Problèmes de construction géométrique de 1879**", Petersen distingue deux formes de proposition, selon qu’il s’agit d’un théorème ou d’un problème. Dans le premier cas, la proposition énonce qu’une figure, tracée d’une certaine manière, satisfait à certaines conditions. Dans le second cas, il faut tracer une figure vérifiant certaines conditions.*

*Cette distinction se retrouve dans le chapitre sur la méthode des "**Leçons de géométrie élémentaire**", destinées aux classes de lycées, où Hadamard distingue la méthode pour démontrer des théorèmes et la méthode pour résoudre des problèmes de construction.*

Evelyne BARBIN ; Irem de Paris 7 " REPERES - IREM . N° 40 - juillet 2000

1.3 أنشطة النموذج الأول

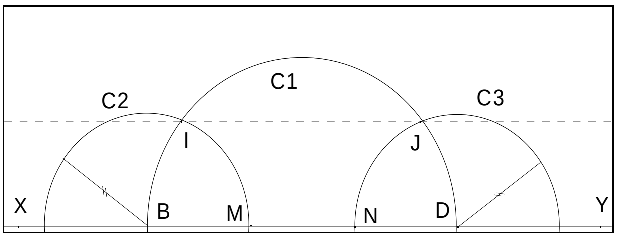
أما أنشطة النموذج الأول فتتضمن تمارين الاستدلال، و توظف فيها الإنشاءات الهندسية كحامل للوضعية وكمحفز للانخراط و أيضا كمساعد في البرهان.ومعلوم أن البرهان قضية باطنية، يستهدف الاقتناع قبل الإقناع، ويتأثر بمستوى اندماج التلميذ في الوضعية وتفاعله معها.و ان النجاح في المهمة كفيل بمدى ما تخلقه الوضعية من فضول معرفي عند التلميذ.

وسوف نقترح مجموعة من الأنشطة لتوضيح هذا التوجه.

1.1.3 . مثال 1 : مقارنة صياغتين لنفس التمرين ومناقشة تأثير إدماج الإنشاء الهندسي على مستوى اندماج التلاميذ واستدخالهم لإشكالية التمرين.

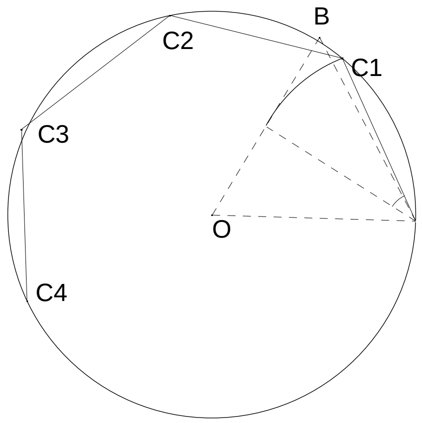
- **الصياغة1** : C1 دائرة قطرها**[B, D]** وC2 وC3 دائرتان متقايستان مركزاهما B و Dعلى التوالي. I و J نقطتا تقاطعهما مع C1.

سؤال: بين أن المستقيمين(B, D) و (I,J) متوازيان.



- **الصياغة2** : لإنشاء مستقيم موازي ل**(** B, D) قام التلميذ بإنجاز ما يلي:
  1. إنشاء دائرة قطرها **[B, D]**
  2. إنشاء دائرتين مركزيهما B وD . I و J نقطتا تقاطعيهما مع الدائرة الأولى.

ناقش أحقية هذا الإنشاء وحدود صلاحيته و مقارنته بالإنشاءات الأخرى.



2.1.3 . مثال2 : **الإنشاءات التقريبية**

لإنشاء سباعي الأضلاع المنتظم تم اقتراح الطريقة التالية :

(أنظر الشكل)

هل يتمكن التلميذ من حل هده المسألة المطروحة منذ قرون؟

المناقشة :

ننتظر أن نبلغ من خلال المناقشة إلى إبراز المستجد هنا(محورة النشاط حول الإنشاء الهندسي) ودوره في خلق ظروف تجعل التلميذ يقتنع بضرورة البرهان ويبرر اللجوء إليه وبالتالي خلق الحافز ...

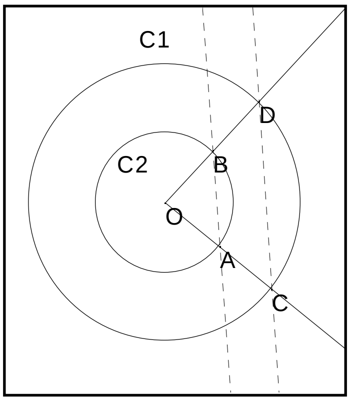
2.3 أنشطة النموذج الثاني

من سلبيات ممارستنا التعليمية، والتي تم إبرازها ما من مرة، تلك القطيعة بين المعرفة المدرسة و تطبيقاتها. فعادة ما تنتهي دراسة خاصية مع انتهاء تمرينها التطبيقي أو التقويمي دون أن نبرز إمكانيات توظيفها. إن غياب تطبيقات من مستوى معين للمبرهنات والمفاهيم الرياضية قد تلحق بها صفة المعرفة

العقيمة والمجردة عن الواقع ولن تجد مبررا آنيا لتناولها. وغير خاف انعكاسات هذه الصفات على

حصص الرياضيات: السلبية – الآلية – العبثية...

ونقترح فيما يلي بعض الأنشطة التي تعتمد على الإنشاءات الهندسية في بلورة وضعيات وظيفية لنتائج الخاصيات الهندسية.



1.2.3 مثال 1 (مستوى الثانية إعدادي)

الخاصية: خاصية موقع مركز الثقل في مثلث.

التوظيف: تقسيم قطعة إلى ثلاثة أجزاء متقايسة.

1.2.3 مثال2(مستوى الأولى إعدادي)

الخاصية: نتيجة التمرين 26 من كتاب المفيد في الرياضيات ص:240

التوظيف: إيجاد طريقة لإنشاء مستقيم موازي للمستقيم (AB) مخالفة،

مقارنة الطريقتين...

2.2.3. مثال 1 : (مستوى الثانية إعدادي)

الخاصية: خاصيات التماثل المحوري

التوظيف: إنشاءات تعتمد المسطرة فقط.

المناقشة: إننا ننتظر أن تجد أغلبية الخاصيات المدرسَة ونتائج التمارين المقترحة على التلاميذ امتدادا في اتجاه خلق طريقة للإنشاء الهندسي ومناقشة مميزاتها... حتى لا تبقى تلك النتائج متقوقعة في الجانب المعرفي المحض .

4- خلاصة

إننا نتوخى من خلال تقديمنا لهذه الأنشطة إبراز نماذج مغايرة لممارسة الأنشطة الرياضية ، ممارسة تعتمد على الإنشاءات الهندسية قصد خلق توازنات في حصص مادة الرياضيات بين النظري والتطبيقي وبين أخذ المبادرة والتلقي السلبي و بين المعرفة والمهارة... .وهذا غير جديد على هذا المكون الرياضي، أي الإنشاءات الهندسية، فلقد كانت ولمدة قرون، المحرك الرئيسي للرياضيات.

المحور الرابع :المسائل المتعلقة بإنشاء أشكال هندسية : طريقة "تجاوز الصعوبات"

(Abandon de contraintes)

تقديم :

إن الإجابة على بعض أسئلة تمرين أو مسألة رياضية هندسية تتطلب إنشاء شكل هندسي مضبوط، لكن التلاميذ يجدون أحياناً صعوبة في تحقيق ذلك، وهذا راجع لسببين رئيسيين:

- عدم استعمال الأدوات الهندسية بكيفية صحيحة من جهة ، ونسيان خاصيات الأشكال الهندسية المعتادة من جهة أخرى .
- إن التمكن من حسن استعمال الأدوات الهندسية يكون أحياناً غير كافي لإنشاء شكل هندسي، و في هذه الحالة نلجأ إلى طريقة التحليل والتركيب لإيجاد طريقة لإنشاء هذا الشكل وتبرير مراحل هذا الإنشاء، و هذه الكفاية لا يكتسبها التلاميذ .

إن تزويد التلميذ بمنهجيات للبحث عن حل التمارين والمسائل الرياضية المتعلقة بهذه الإنشاءات الهندسية ، يساعده على تجاوز صعوباته في إنشاء أشكال هندسية. وان اقتراح طريقة تجاوز الصعوبات (ABANDON DE CONTRAINTES) ، التي تعتمد على البحث الإستكشافي والتحليل والتركيب ، يذهب في هذا الاتجاه .

1. دور الأستاذ :

للأستاذ دور متميز في مساعدة التلاميذ على تجاوز الصعوبات التي تجعلهم غير قادرين على إنشاء الأشكال الهندسية ، وهذا الدور يتجلى في نهج الخطوات التالية :

- التذكير في كل مناسبة وعند الضرورة بكيفية استعمال الأدوات الهندسية ، وتقنيات الإنشاء المرتبطة بخاصيات الأشكال الهندسية المعتادة .

- عدم الاقتصار فقط على عرض مراحل إنشاء شكل هندسي على السبورة ، بل لابد أن يوضح الأستاذ للتلاميذ العمليات الاستكشافية التي قام بها للوصول إلى هذه المراحل مع تبريرها ، ولا يتم هذا إلا عن طريق التحليل والتركيب باعتماد طريقة "تجاوز الصعوبات " (Abandon de contraintes) .

2. تقديم طريقة تجاوز الصعوبات ، وبعض الوضعيات الإنشائية التي يمكن حلها بها :

في غالب الأحيان يطلب من تلامذة الإعدادي أو التأهيلي حل مسائل تتعلق بإنشاء أشكال هندسية ، والأهمية في هذا الإنشاء هي الطريقة والتقنية المستعملة أكثر من النتيجة النهائية ،لأن تبرير كل مرحلة من مراحل الإنشاء يعتبر فرصة للتلميذ لتعلم البرهان الرياضي. و للوصول إلى هذه الغاية نستعمل طريقة التحليل و التركيب ، مرتكزة على الشروط الضرورية في التحليل ، و الشروط الكافية في التركيب . وفيما يلي توضيح لذلك :

إذا أردنا أن ننشئ شكلاً هندسياً (O) ولم نتوفر على المعلومات الضرورية ، فإننا نجد صعوبة في تحقيق ذلك ، و لتفادي هذه الصعوبة نلجأ أولاً إلى طريقة التحليل : يعني نفترض أن المسألة محلولة مسبقاً و نبحث عن الخاصيات المناسبة بتحليل للشكل الهندسي الذي يفترض أنه قد تم إنشائه ، أي نقوم بالبحث عن الشروط أو الخاصيات الضرورية التي لابد من توفرها ليتحقق إنشاء الشكل (O) ، ونتيجة لهذا البحث نكتشف بعض الشروط أو الخاصيات التي تقود في حالات معينة إلى إنشاء هذا الشكل ، وفي حالات أخرى إلى استحالته أو إيجاد مجموعة من الأشكال الهندسية التي تتوفر فيها هذه الشروط أو الخاصيات الضرورية ، ثم نلجأ ثانياً إلى طريقة التركيب : يعني نقوم بتحديد الشروط أو الخاصيات الكافية لتحقيق إنشاء الشكل (O) من بين الشروط أو الخاصيات الضرورية . أحياناً يكون من الصعب التوصل إلى تلك الشروط أو الخاصيات الضرورية و الكافية التي تسمح بإنشاء الشكل المطلوب ، و لتذليل هذه الصعوبة نستعين بطريقة أخرى التي تعتمد على تجاوز إحدى الصعوبات الموجودة في المسألة قصد تسهيل إيجاد خاصيات لإنشاء شكل معين ، وهذه طريقة إستكشافية ساهمت في حل العديد من المسائل الصعبة و

خاصة تلك التي تعتمد على الهندسة الديناميكية (LGD)، وهكذا فإن التخلي عن إحدى الصعوبات يسمح بإنشاء أشكال أخرى تابعة تساعد على ملاحظة خاصيات ملائمة يجب أخذها بعين الاعتبار. و نقترح أسفله بعض الأمثلة التي يمكن معالجتها حسب الحالات باعتماد الهندسة الديناميكية :(LGD)

استعمال الأداة المعلوماتية : LGD(Logiciel de géométrie dynamique)

المثال الأول :

نعتبر (D) و (E) مستقيمان متقاطعان في النقطة O ، و I نقطة خارج هذين المستقيمين . أنشئ نقطة M على (D) و نقطة N على (E) بحيث I تكون منتصف القطعة [MN]

لدينا طريقتين لحل هذا التمرين :

الطريقة الأولى :

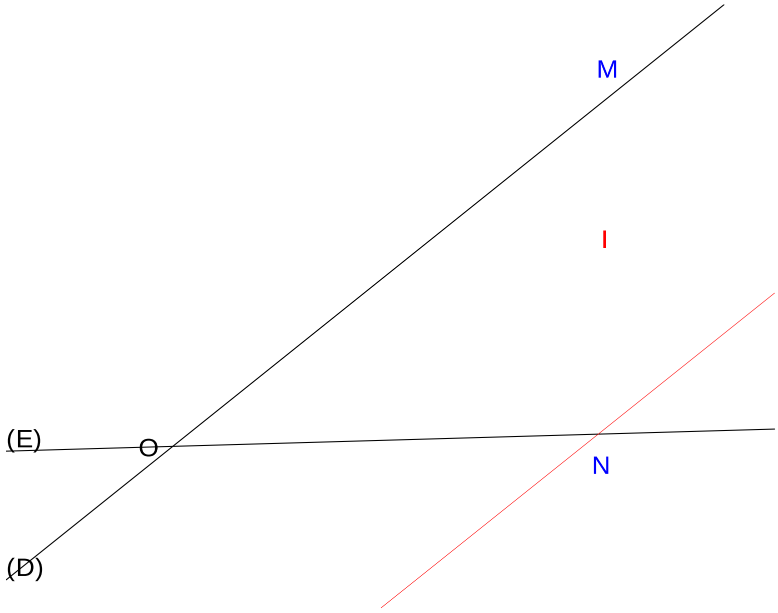
التحليل : إذا أخذنا نقطة M على (D) فمن السهل إنشاء نقطة N بحيث I تكون منتصف [MN] ، لكن من أجل الوصول إلى الحل **نتخلى في البداية على الصعوبة: N تنتمي إلى (E)**، ثم نستعمل الهندسة الديناميكية لملاحظة آثار تحرك النقطة N عندما تتحرك النقطة M على المستقيم (D) والنتيجة التي نحصل عليها هي أن النقطة N تتحرك على مستقيم (Δ) يوازي (D) ، و (Δ) هو مماثل (D) بالنسبة للنقطة I ، ومنه نستنتج أن N هو تقاطع المستقيمين (D) و (Δ) .

التركيب : لتكن N نقطة تقاطع (E) و (Δ) ،هذه النقطة موجودة لأن : < إذا كان مستقيمان متوازيين فكل مستقيم يقطع أحدهما يقطه الآخر > ، وبما أن M مماثلة N بالنسبة للنقطة I و (D) مماثلة (Δ) بالنسبة للنقطة I فإن M تنتمي إلى (D) .

النتيجة النهائية : مراحل الإنشاء :

- ننشئ المستقيم (Δ) مماثل المستقيم (D) بالنسبة للنقطة I
- ننشئ النقطة N تقاطع المستقيمين (E) و (Δ)

▪ ننشئ النقطة M مماثلة N بالنسبة للنقطة I ، M تنتمي حتماً إلى (D)



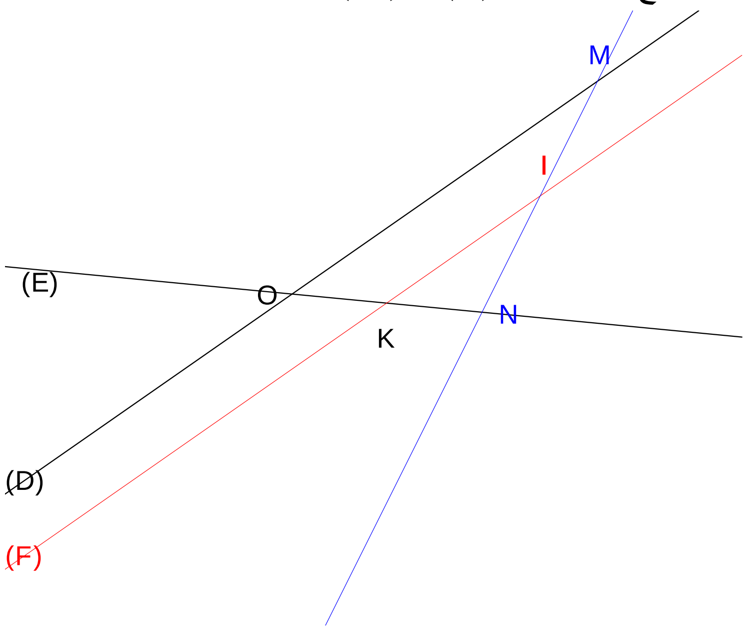
الطريقة الثانية :

التحليل : **نتخلى في البداية على الصعوبة : I منتصف [MN]** . ننشئ نقطة M على المستقيم (D) و نقطة N على المستقيم (E) ، و نعتبر J منتصف القطعة [MN] ، ونبحث عن الشروط التي تحقق المتساوية : J=I . باستعمال الهندسة الديناميكية نلاحظ أنه عندما تتحرك النقطة M على (D) فإن النقطة J تتحرك على مستقيم (F) يوازي (D) ، بتطبيق الخاصية :< المستقيم المار من منتصف أحد أضلاع مثلث والموازي لحامل الضلع الثاني يمر من منتصف الضلع الثالث > على المثلث OMN نحصل على أن (F) يقطع القطعة [ON] في منتصفها K ، ولكي يكون J=I فمن اللازم أن يمر المستقيم (F) من النقطة I .

التركيب : لتكن M نقطة تقاطع المستقيم (IN) و المستقيم (D) ، بما أن I تنتمي إلى القطعة [MN] و (F) يمر من I و يوازي (D) ويمر من K منتصف [ON] فإن النقطة I هي منتصف القطعة [MN] حسب الخاصية السابقة .

النتيجة النهائية: مراحل الإنشاء :

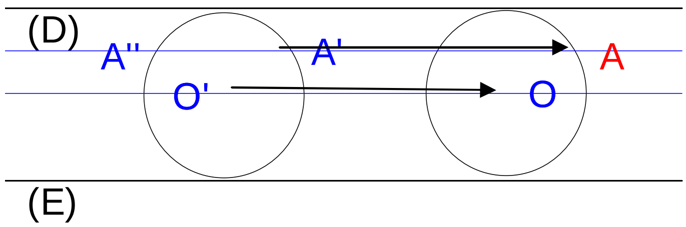
1) ننشئ مستقيم (F) يمر من النقطة I و يوازي المستقيم (D)
2) ننشئ النقطة K تقاطع المستقيمين (F) و (E)
3) ننشئ النقطة N مماثلة النقطة O بالنسبة للنقطة K
4) ننشئ النقطة M تقاطع المستقيمين (D) و (IN)



المثال الثاني : ليكن (D) و (E) مستقيمان متوازيان و نقطة A بين هذين المستقيمين .

أنشئ دائرة تمر من النقطة A و مماسة لهذين المستقيمين .

نعرف كيف ننشئ دائرة مماسة لمستقيمين متوازيين ، لكن الصعوبة تتجلى في كون الدائرة يجب أن تمر من A ، و من أجل الوصول إلى الحل **نتخلى في البداية على الصعوبة : الدائرة تمر من النقطة A الشروط الكافية :** نرسم المستقيم الموازي للمستقيم (D) و المار من A ، و يقطع الدائرة في نقطتين A' و A" . صور هذه الدائرة بالإزاحتين ذات المتجهتين $\overrightarrow{A'A}$ و $\overrightarrow{A''A}$ هما دائرتين مركزيهما O_1 و O_2 لهما نفس الشعاع و يمران من A و مماسين للمستقيمين (D) و (E) . (حالة واحدة مرسومة في الشكل التالي)



الشروط الضرورية : إذا كانت توجد دائرة ثالثة تمر من A و مماسة للمستقيمين فإن مركزها O_3 سينتمي إلى المستقيم (OO') و نحصل على $O_3A=O_2A=O_1A$ ، وبالتالي فإن المراكز الثلاثة توجد في نفس الدائرة التي مركزها A و في نفس الوقت توجد في نفس المستقيم وهذا مستحيل . و بالتالي توجد دائرتين فقط تجيبان على السؤال .

المثال الثالث : نعتبر مستقيمان (D) و (E) متقاطعان في النقطة O ، و A نقطة خارج هذين المستقيمين . أنشئ دائرة تمر من النقطة A ومماسة لهذين المستقيمين .

نعرف كيف نرسم دائرة (C’) مماسة لمستقيمين ، إذن في البداية **نتخلى على الصعوبة : الدائرة (C’) تمر من A .**

نضع نقطة M على (D) ونقطة N على (E) بحيث ON=OM ، ثم نرسم الدائرة (C’) مماسة للمستقيمين (D) و (E) في النقطتين M و N على التوالي .

باستعمال الهندسة الديناميكية (LGD) نحرك النقطة M على (D) و نلاحظ أن الدائرة (C’) تتحرك و تبقى دائماً مماسة ل (D) و (E) و شعاعها يتغير ، و نستمر في هذا التحريك إلى أن نحصل على جميع الدوائر (C) المارة من A

في هذه الحالة نلاحظ أن كل دائرة (C) هي صورة (C’) بالتحاكي الذي مركزه O .نرمز لهذه الدوائر ب (C_1) و (C_2) و (C_3) و.....

الشروط الكافية :المستقيم (OA) يقطع الدائرة (C’) في نقطتين A’ و A’’ . التحاكي الذي مركزه O ويحول A’ إلى A يحول الدائرة (C’) إلى الدائرة (C_1) ، وبما أن (C’) مماسة للمستقيمين (D) و (E) ،

وحسب خاصيات التحاكي فإن (C_1) مماسة لهذين المستقيمين ومارة من النقطة A ، وبالتالي (C_1) تجيب على السؤال .

كذلك التحاكي الذي مركزه O ويحول A'' إلى A يحول الدائرة (C') إلى الدائرة (C_2) ، وبنفس البرهان نستنتج أن (C_2) تجيب على السؤال .

الشروط الضرورية : نفترض أنه توجد دائرة ثالثة (C_3) تجيب على السؤال ، هذا يعني أن الدائرة (C_3) مماسة للمستقيمين (D) و (E) ومارة من النقطة A ، وبالتالي مركزها I يوجد على منصف الزاوية التي رأسها O وضلعيها (D) و (E) ، ولدينا حسب المعطيات 'I مركز الدائرة (C') توجد على هذا المنصف . نعتبر h التحاكي الذي مركزه O ويحول I إلى 'I ، وبالتالي h يحول A إلى A''' حيث A''' هي نقطة تقاطع المستقيم (OA) والدائرة (C') ، وبالتالي A''' منطبقة مع 'A أو A'' لأن كل مستقيم يقطع دائرة في نقطتين على الأكثر . إذن لا توجد دائرة ثالثة (C_3) تجيب على السؤال .

3 . الجانب العملي :

الحصة الأولى:(ساعة واحدة) يقدم المؤطر عرضاً مختصراً حول دافع اختيار الموضوع المشار إليه أعلاه ، والهدف المتوخى منه ، ودور الأستاذ في مساعدة التلاميذ على تجاوز الصعوبات التي تعترضهم في مجال الإنشاءات الهندسية ، ثم يقترح على الأساتذة وضعية إنشائية ويقدم حلولاً لها بنهج طريقة تجاوز الصعوبات (Abandon de contraintes)

الحصة الثانية : (ساعة واحدة) يقدم السيد المفتش وضعية إنشائية أخرى، ويتوزع الأساتذة إلى مجموعات، حيث تتكلف كل مجموعة بحل هذه الوضعية بنهج طريقة تجاوز الصعوبات، ويلي ذلك مناقشة ما تم إنجازه.

الحصة الثالثة : (ساعة واحدة)تتكلف كل مجموعة بإعداد وضعية إنشائية، ثم عرض الحلول على السبورة باستخدام طريقة تجاوز الصعوبات، ويلي ذلك مناقشة ما تم إنجازه. والسلام.